**Лабораторная работа №1.**

**Основы компьютерной алгебры**

**Компьютерная обработка информации: модели, методы, средства**

**Основные понятия**

*Обработка информации* — процесс планомерного изменения содержания или формы представления информации.

*ЭВМ* - комплекс технических (аппаратных) и программных средств для обработки информации, вычислений, автоматического управления.

*Исполнитель алгоритма* — абстрактная или реальная (техническая, биологическая или биотехническая) система, способная выполнить действия, предписываемые алгоритмом.

*Процессор* - центральная часть компьютера, выполняющая заданные программой преобразования информации и осуществляющая управление всем вычислительным процессом.

*Вычислительная система (ВС)* - это взаимосвязанная совокупность аппаратных средств вычислительной техники и программного обеспечения, предназначенная для обработки информации.

*Аналоговые вычислительные машины (АВМ)*, обрабатывающие информацию, представленную в виде непрерывно меняющихся значений какой-либо физической величины (электрического напряжения, тока и т. д.);

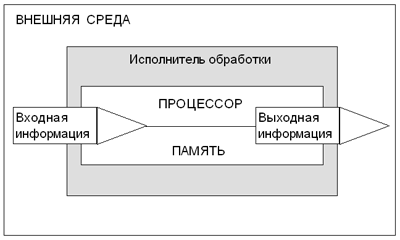
*Гибридные вычислительные машины (ГВМ)*, содержащие как аналоговые, так и цифровые вычислительные устройства.

*Цифровые вычислительные машины (ЦВМ*), обрабатывающие информацию, представленную в цифровой форме

*Процессом* в вычислительных системах называют последовательность действий, составляющих задачу обработки информации.

*Данные* - это формальные факты или идеи, которые можно хранить, обрабатывать и передавать на расстояние.

Модели обработки информации

Обработка информации производится в соответствии с определенными правилами некоторым субъектом или объектом (например, человеком или автоматическим устройством). Будем его называть исполнителем обработки информации.

Схема, представленная на рисунке, — это общая схема обработки информации, не зависящая от того, кто (или что) является исполнителем обработки: живой организм или техническая система. Именно такая схема реализована техническими средствами в компьютере. Поэтому можно сказать, что компьютер является технической моделью “живой” системы обработки информации. В его состав входят все основные компоненты системы обработки: процессор, память, устройства ввода, устройства вывода (см. “Устройство компьютера” 2).

Входная информация, представленная в символьной форме (знаки, буквы, цифры, сигналы), называется входными данными. В результате обработки исполнителем получаются выходные данные. Входные и выходные данные могут представлять собой множество величин — отдельных элементов данных. Если обработка заключается в математических вычислениях, то входные и выходные данные — это множества чисел. На следующем рисунке X: {x1, x2, …, xn} обозначает множество входных данных, а Y: {y1, y2, …, ym} — множество выходных данных:

Обработка заключается в преобразовании множества X в множество Y.

В модели информационной обработки четыре базовые функции ввода, обработки, вывода и хранения имеют специфическое значение.

* Функция ввода позволяет пользователям взаимодействовать с системой, запрашивая параметры обработки, управляя информационным доступом и определяя методы доставки. Кроме того, пользователь может стать источником данных, которые обрабатывает система и которые она поддерживает в своих репозиториях хранимой информации.
* Функция обработки относится к деятельности по манипуляции данными и логике обработки, необходимых для выполнения работы системы. Этот термин предполагает, что система может "программироваться" для выполнения арифметических и логических операций, необходимых для манипуляции данными ввода и для создания выводимой информации.
* Функция вывода доставляет результаты обработки пользователю в правильном, своевременном и соответствующим образом форматированном виде.
* Функция хранения гарантирует продолжительность существования и целостность обрабатываемой информации, поддерживая ее в течение длительного периода времени и позволяя добавлять, изменять или удалять систематическим образом. В конечном счете, хранимая информация становится основным контентом страниц Web, отражая самую современную и точную информацию, появляющуюся на этих страницах.

Методы обработки информации

Существует множество методов обработки информации, но в большинстве случаев они сводятся к обработке текстовых, числовых и графических данных.

Обработка текстовой информации.

Текстовая информация может возникать из различных источников и иметь различную степень сложности по форме представления. В зависимости от формы представления для обработки текстовых сообщений используют разнообразные информационные технологии. Чаще всего в качестве инструментального средства обработки текстовой электронной информации применяют текстовые редакторы или процессоры. Они представляют программный продукт, обеспечивающий пользователя специальными средствами, предназначенными для создания, обработки и хранения текстовой информации. Текстовые редакторы и процессоры используются для составления, редактирования и обработки различных видов информации. Отличие текстовых редакторов от процессоров заключается в том, что редакторы, как правило, предназначены для работы только с определенным видом информации (тексты, формулы и др.), а процессоры позволяют использовать и другие виды информации.

К основным операциям редактирования относят: добавление; удаление; перемещение; копирование фрагмента текста, а также поиска и контекстной замены. Если создаваемый текст представляет многостраничный документ, то можно применять форматирование страниц или разделов. При этом в тексте появятся такие структурные элементы, как: закладки, сноски, перекрестные ссылки и колонтитулы.

Обработка табличных данных.

Пользователям в процессе работы часто приходится иметь дело с табличными данными в процессе создании и ведении бухгалтерских книг, банковских счетов, смет, ведомостей, при составлении планов и распределении ресурсов организации, при выполнении научных исследований. Стремление к автоматизации данного вида работ привело к появлению специализированных программных средств обработки информации, представляемой в табличной форме. Такие программные средства называют табличными процессорами или электронными таблицами. Подобные программы позволяют не только создавать таблицы, но и автоматизировать обработку табличных данных.

Для объектов электронной таблицы определены следующие операции: редактирования, объединения в одну группу, удаления, очистки, вставки, копирования. Операция перемещения фрагмента сводится к последовательному выполнению операций удаления и вставки.

Для удобства вычисления в табличные процессоры встроены математические, статистические, финансовые, логические и другие функции. Из внесённых в таблицы числовых значений можно строить различные двумерные, трёхмерные и смешанные диаграммы (более 20 типов и подтипов).

Обработка графической информации.

Графическая информация на экране монитора компьютера образуется из точек.

В графическом режиме экран монитора представляет совокупность светящихся точек - пикселей (“pixel”, от англ. “picture element”). Суммарное количество точек на экране называют разрешающей способностью монитора, которая зависит также от его типа и режима работы. Единицей измерения в этом случае является количество точек на дюйм (dpi). Разрешающая способность современных дисплеев обычно равна 1280 точкам по горизонтали и 1024 точкам по вертикали, т.е. 1310720 точек.

Любое компьютерное изображение состоит из набора графических примитивов, которые отражают некоторый графический элемент. Примитивами могут также быть алфавитно-цифровые и любые другие символы.

Совокупность графических примитивов, которой можно манипулировать, называют сегментом отображаемой информации. Наряду с сегментом часто используется понятие графический объект.

Средства обработки информации

Технические средства обработки информации делятся на две большие группы. Это основные и вспомогательные средства обработки.

**Вспомогательные средства** – это оборудование, обеспечивающее работоспособность основных средств, а также оборудование, облегчающее и делающее управленческий труд комфортнее. К вспомогательным средствам обработки информации относятся средства оргтехники и ремонтно-профилактические средства. Оргтехника представлена весьма широкой номенклатурой средств, от канцелярских товаров, до средств доставления, размножения, хранения, поиска и уничтожения основных данных, средств административно производственной связи и так далее, что делает работу управленца удобной и комфортной.

**Основные средства** – это орудия труда по автоматизированной обработке информации. Известно, что для управления теми или иными процессами необходима определенная управленческая информация, характеризующая состояния и параметры технологических процессов, количественные, стоимостные и трудовые показатели производства, снабжения, сбыта, финансовой деятельности и т.п.

К **основным средствам** технической обработки относятся: средства регистрации и сбора информации, средства приема и передачи данных, средства подготовки данных, средства ввода, средства обработки информации и средства отображения информации. Ниже, все эти средства рассмотрены подробно.

Получение первичной информации и регистрация является одним из трудоемких процессов. Поэтому широко применяются устройства для механизированного и автоматизированного измерения, сбора и регистрации данных. Номенклатура этих средств весьма обширна.

К ним относят: электронные весы, разнообразные счетчики, табло, расходомеры, кассовые аппараты, машинки для счета банкнот, банкоматы и многое другое. Сюда же относят различные регистраторы производства, предназначенные для оформления и фиксации сведений о хозяйственных операциях на машинных носителях.

**Средства приема и передачи информации.** Под передачей информации понимается процесс пересылки данных (сообщений) от одного устройства к другому. Взаимодействующая совокупность объектов, образуемые устройства передачи и обработки данных, называется сетью. Объединяют устройства, предназначенные для передачи и приема информации. Они обеспечивают обмен информацией между местом её возникновения и местом её обработки.

Структура средств и методов передачи данных определяется расположением источников информации и средств обработки данных, объемами и временем на передачу данных, типами линий связи и другими факторами. Средства передачи данных представлены абонентскими пунктами (АП), аппаратурой передачи, модемами, мультиплексорами.

**Средства подготовки данных** представлены устройствами подготовки информации на машинных носителях, устройства для передачи информации с документов на носители, включающие устройства ЭВМ. Эти устройства могут осуществлять сортировку и корректирование.

Средства ввода служат для восприятия данных с машинных носителей и ввода информации в компьютерные системы.

Основные этапы компьютерной обработки информации

Этапы технологического процесса обработки информации

Состав операций и процедур технологического процесса может быть различным в зависимости от требований к технологии обработки данных. Например, применение на промышленных предприятиях технических средств сбора данных позволяет организовать непосредственный ввод исходной информации в средства вычислительной техники для обработки и т. д. Тем не менее, общее деление технологического процесса на этапы и основные виды операций и процедур является достаточно стабильным для различных типов технологических процессов на экономических объектах.

Основной этап обеспечивает непосредственную обработку информации в средствах вычислительной техники, а также при необходимости хранение и поиск первичных и результатных данных. Основной этап занимает ведущее место среди остальных информационных этапов технологического процесса как по значимости, так и по объему.

На заключительном этапе осуществляется контроль правильности результатных данных, их вывод и передача потребителю для их использования.

Структуры данных в компьютерной алгебре

Структурой данных называется совокупность множеств {M1, M2, … MN} и совокупность отношений {P1, P2, … PR}, определённых над элементами этих множеств:

S = {M1, M2, … MN ; P1, P2, … PR}

Бинарное отношение, задающее массив – орграф.

Структура данных линейна, если орграф не содержит циклов и может быть изображен в виде одной линии.

Экземпляром структуры данных называется совокупность

IS = { Mai, V, P, val},

Где Mai – множество элементов ai;

V – множество значений;

P – множество отношений следования;

val– отношение «иметьзначение».

Схемой структуры данных называется совокупность

SS = { Mai, P },

Где Mai–множество элементов ai;

P – множество отношений следования.

Одной SS может соответствовать множество ES. Алгоритм реализуется над

схемой, а конкретные вычисления (преобразования) по алгоритму производятся

над экземплярами.

**Базовые типы данных:**

* Числа
  + Целые
    - Короткие целые числа(целые числа одинарной точности)
    - Длинные целые числа (целые числа кратной точности)
  + Рациональные
  + Алгебраические
  + Комплексные
* Математические выражения
  + Арифметика
  + Функции
  + Производные
  + Интегралы
  + Матрицы
  + Уравнения

Представление чисел произвольной точности:

* МАССИВЫ

разрядность представления чисел – постоянная,

тип представления – не масштабируемое

способ доступа к элементу – прямой (по индексу)

* Последовательности  
  разрядность представления чисел – переменная  
  тип представления – масштабируемое  
  способ доступа к элементу – последовательный (по указателям)
* Списки  
  (разрядность представления чисел – переменная)

(тип представления – масштабируемое)

(способ доступа к элементу – последовательный (по указателям))

(способ изменения разрядности – встроенный)

Системы компьютерной алгебры различаются по возможностям, но обычно поддерживают следующие символьные действия:

* упрощение выражений до меньшего размера или приведение к стандартному виду, включая автоматическое упрощение с использованием предположений и ограничений
* подстановка символьных и численных значений в выражения
* изменение вида выражений: раскрытие произведений и степеней, частичная и полная факторизация (разложение на множители)
* разложение на простые дроби, удовлетворение ограничений, запись тригонометрических функций через экспоненты, преобразование логических выражений
* дифференцирование в частных и полных производных
* нахождение неопределённых и определённых интегралов (символьное интегрирование)
* символьное решение задач оптимизации: нахождение глобальных экстремумов, условных экстремумов и т. д.
* решение линейных и нелинейных уравнений
* алгебраическое (нечисленное) решение дифференциальных и конечно-разностных уравнений
* нахождение пределов функций и последовательностей
* интегральные преобразования
* оперирование с рядами: суммирование, умножение, суперпозиция
* матричные операции: обращение, факторизация, решение спектральных задач
* статистические вычисления
* автоматическое доказательство теорем, формальная верификация
* синтез программ

Системы компьютерной алгебры: достижения и перспективы

Любая из существующих СКМ содержит в своем составе в большей или меньшей степени огромный математический аппарат и объем знаний в области математики. Поэтому такие системы могут не только обеспечить решение прикладных задач, но и могут служить практически неисчерпаемой и быстро доступной библиотекой математических знаний, накопленных за многие века.

В области высшей математики СКМ решают следующие основные задачи:

* Раздел 1. Математический анализ:
  + вычисление пределов функций
  + дифференцирование выражений
  + поиск экстремумов функций;
  + интегрирование функций
  + решение дифференциальных уравнений;
  + вычисление сумм и произведений рядов
  + разложение функций в ряд Тейлора и др.
* Раздел 2. Линейная алгебра:
  + решение систем линейных уравнений;
  + выполнение операций с векторами и матрицами;
  + вычисление собственных значений и собственных векторов матриц;
  + решение задач линейного программирования и др.
* Раздел 3. Аналитическая геометрия:
  + вычисление элементов треугольника
  + определение уравнений плоскостей в трехмерном пространстве
  + кривые второго порядка.
* Раздел 4. финансовая математика
  + разовые платежи
  + поток платежей.

Кроме задач перечисленных разделов СКМ решают также основные задачи аналитической геометрии, теории вероятностей и математической статистики и др..

Прикладных математических пакетов достаточно много: Maple, Matlab, Mathematica, MathCAD, Statistika и др. Каждый из них имеет свои преимущества и недостатки, свою область применения и работают под управлением конкретных операционных систем. Наиболее привлекательным для начинающих является пакет MathCAD, основанный на визуально- ориентированном языке программирования. Но большинство ПМП, в том числе и MathCAD являются коммерческими продуктами. Из некоммерческих полноценных проектов, во многих отношениях не уступающих перечисленным выше ПМП, можно выделить программу Maxima.

Благодаря своей открытости, Maxima достаточно широко используется и активно развивается как в плане расширения круга и сложности решаемых задач, так и в плане модернизации интерфейса пользователя. В настоящее время у системы Maxima имеется мощный, эффективный и «дружественный» кроссплатформенный графический интерфейс, типичный, для Windows – приложений, который называется wxMaxima. Любую версию Maxima можно скачать с официального сайта http://maxima.sourceforge.net

Основными преимуществами программы Maxima являются:

* возможность свободного использования. Более того, Maxima распространяется с исходным кодом, написанном на языке Lisp, поэтому пользователь может открыть любой из библиотечных файлов (они, как правило, текстовые) и изучить алгоритм, по которому работает та или иная функция, а в случае необходимости создавать свои функции, используя, в том числе, исходный код функций, входящих в комплект поставки системы,
* простота инсталляции и небольшой размер программы (около 80 Мб),
* возможность функционирования под управлением различных ОС (Linux[1], Unix, Windows, Android и др.). В частности, она может быть легко установлена на планшете или смартфоне.
* широкий класс решаемых задач; в этом можно убедиться, просматривая справочную подсистему, широчайший набор средств для графического отображения информации,
* Maxima совмещает в себе средство для решения математических задач и язык программирования, который позволяет самостоятельно писать программы с разветвляющимися и циклическими алгоритмами.

К недостаткам программы, можно отнести:

* отсутствие возможности прямого обмена данными с MS Excel,
* отсутствие наглядного графического 2D ввода (как это реализовано в MathCAD и реализуется в Maple), хотя, в отличие от Excel, реализован 2D вывод формул,
* Maxima «не умеет» решать неравенства,
* Maxima «не находит» общих решений тригонометрических уравнений

**Перспективные направления развития СКА:**

* Расширение состава встроенных и программируемых типов математических объектов;
* Интеграция СКА с другими компьютерными системами;
* Унификация и объектная ориентация интерфейса пользователя;
* Программирование символьных вычислений произвольной сложности;
* Ускорение работы СКА.